

НОВІ АНАЛІТИЧНІ ЕТАЛОННІ МОДЕЛІ ОБЕРТАННЯ ТВЕРДОГО ТІЛА

В безплатформених системах орієнтації первинна інформація про обертання рухомого об'єкта на такті обчислень $[t_{n-1}, t_n]$ поступає в обчислювач з вимірювачів кутової швидкості у вигляді *квазікоординат*

$$\theta_{ni}^* = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega_i dt, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

де ω_i , $i = 1, 2, 3$ – проекції вектора абсолютної кутової швидкості об'єкта $\vec{\omega}$ на зв'язані осі. На теперішній час розроблено значну кількість алгоритмів визначення параметрів орієнтації по інформації (1), які мають однаковий математичний порядок точності. В цих умовах для отримання коректних оцінок фактичної точності алгоритмів для використання в системі безплатформеної орієнтації конкретного рухомого об'єкту на етапі проектування такої системи з метою вибору найкращого алгоритму застосовують *еталонні моделі обертання*. Еталонні моделі обертання задають точний зв'язок між квазікоординатами (1) і модельними значеннями параметрів, що відповідають повороту об'єкта на такті $[t_{n-1}, t_n]$. У якості еталонних моделей зазвичай використовуються випадки існуючих точних розв'язків системи динамічних і кінематичних рівнянь вільного обертання твердого тіла (моделі *конічного руху* та *регулярної прецесії*). Такі моделі застосовані в роботах українських вчених Ткаченка О. І. та Панова А. П. при розв'язанні питань, пов'язаних з алгоритмізацією задачі інерціальної навігації. Вказані аналітичні еталонні моделі також були використані для пристосування алгоритмів визначення орієнтації під конкретний тип обертання об'єкта.

Оскільки реальний рух об'єкта в багатьох випадках суттєво різниться від випадку прецесії або конічного руху, то розширення класу неперервних еталонних моделей, відмінних від існуючих випадків інтегрованості в елементарних функціях системи динамічних та кінематич-

них рівнянь, є актуальною задачею точного аналізу при проектуванні систем безплатформеної орієнтації.

В даній роботі запропонована нова неперервна модель обертання твердого тіла, основана на трьохчастотному представленні модельного кватерніона орієнтації в функціях кутів, що одномоментно змінюються у часі згідно лінійного закону:

$$\begin{aligned}\lambda_0(t) &= \cos \psi(t) \cdot \cos \phi(t) - \cos \vartheta(t) \cdot \sin \psi(t) \cdot \sin \phi(t); \\ \lambda_1(t) &= \sin \vartheta(t) \cdot \cos \psi(t) \cdot \sin \phi(t); \\ \lambda_2(t) &= \sin \vartheta(t) \cdot \sin \psi(t) \cdot \sin \phi(t); \\ \lambda_3(t) &= \sin \psi(t) \cdot \cos \phi(t) + \cos \vartheta(t) \cos \psi(t) \cdot \sin \phi(t),\end{aligned}\tag{2}$$

де $\vartheta(t) = k_1 t$, $\psi(t) = k_2 t$, $\phi(t) = k_3 t$, k_1, k_2, k_3 – постійні величини.

Друга неперервна модель основана на представленні модельного кватерніона орієнтації в функціях кутів Крилова, що паралельно змінюються у часі:

$$\begin{aligned}\lambda_0(t) &= \cos \varphi(t) \cdot \cos \psi(t) \cdot \cos \theta(t) + \sin \varphi(t) \cdot \sin \psi(t) \cdot \sin \theta(t); \\ \lambda_1(t) &= \cos \varphi(t) \cdot \cos \psi(t) \cdot \sin \theta(t) - \sin \varphi(t) \cdot \sin \psi(t) \cdot \cos \theta(t); \\ \lambda_2(t) &= \cos \varphi(t) \cdot \sin \psi(t) \cdot \cos \theta(t) + \sin \varphi(t) \cdot \cos \psi(t) \cdot \sin \theta(t); \\ \lambda_3(t) &= \sin \varphi(t) \cdot \cos \psi(t) \cdot \cos \theta(t) - \cos \varphi(t) \cdot \sin \psi(t) \cdot \sin \theta(t),\end{aligned}\tag{3}$$

де $\varphi(t) = k_1 t$, $\psi(t) = k_2 t$, $\theta(t) = k_3 t$.

Відносно кінематичних представлень (2) і (3) отримані аналітичні залежності для компонент вектора абсолютної кутової швидкості та квазікоординат (1), що описують відповідний обертальний рух твердого тіла. Для декількох наборів параметрів k_1, k_2, k_3 отримані чисельні реалізації моделей і їх графічна інтерпретація. Результати представлені у формі залежностей квазікоординат та компонент модельного кватерніона орієнтації від часу і траєкторій $\lambda_i(\lambda_0)$, ($i = 1, 2, 3$) у конфігураційному просторі $\{\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$. Показано, що запропоновані нові аналітичні моделі описують таке обертання твердого тіла, що відрізняється від відомих випадків регулярної прецесії та конічного руху. Побудовані аналітичні моделі можуть бути застосовані в якості еталонних для отримання оцінок похибок алгоритмів визначення орієнтації в безплатформених системах.